Cvičení 1.

(1) **Formalizace výroků.**
   a) *Chceš-li se zachránit (Z), musíš dát peníze (P) nebo život (T).*
   b) *Max (M) a Karel (K) přijdou na večírek, ale Terezka nepřijde (T).*
   c) *Smlouva je platná (S), právě když je vlastnoručně napsaná (V) nebo je ověřená dvěma svědky (O) a v obou případech na ní musí být podpis (P).*
   d) *Vyber si, buď dostaneš jen polévku (P), nebo jen salát (S).*

(2) Označme:
   T: *Do školy jedu tramvají.*
   M: *Do školy jedu metrem.*
   Nalezněte symbolický zápis následujících formulí:
   a) *Do školy jedu tramvají a metrem.*
   b) *Do školy jedu tramvají nebo metrem.*
   c) *Do školy jedu buď jen metrem, nebo jen tramvají.*
   d) *Jestliže jedu do školy tramvají, pak nejedu metrem.*
   e) *Jestliže jedu do školy tramvají, pak jedu i metrem.*
   f) *Tramvají jedu do školy právě tehdy, když nejedu metrem.*

(3) Při formalizaci se vždy jedná především o smysl tvrzení, a nikoli jen o jeho mechanické převádění do formálního jazyka. Dejme pozor na implikaci! Věta začínající slovem „jestliže“ nemusí být vždy předpoklad. Tzv. „postačující podmínka“ je předpoklad, avšak tzv. „nutná podmínka“ je závěr. Podívejme se na následující příklady, v nichž máte zformalizovat tvrzení.
   M: *složení maturity (složím maturitu)*
   V: *přijetí na vysokou školu (budu přijat na vysokou školu)*
   a) *Jestliže složím maturitu, budu přijat na vysokou školu.*
   b) *Na vysokou školu budu přijat pouze tehdy, jestliže složím maturitu.*
   c) *Na vysokou školu budu přijat tehdy a jen tehdy, když složím maturitu.*
   d) *Složení maturity je postačující podmínkou pro přijetí na vysokou školu.*
   e) *Složení maturity je nutná podmínka k přijetí na vysokou školu.*
   f) *Složení maturity je nutná a postačující podmínka pro přijetí na vysokou školu.*

(4) Nalezněte všechny podformule, vytvořte formační strom a nakreslete pravdivostní tabulku pro následující formule.
   a) $\neg(A \vee \neg A)$
   b) $(A \Leftrightarrow B) \Rightarrow (A \wedge B)$
   c) $(\neg(A \wedge B) \Rightarrow C) \Leftrightarrow \neg C$

(5) Formule $((A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C)))$ je dosti speciálního typu: je sestavena jen z implikací. Tautologičnost takové formule lze výhodně ověřit vyšetřením „nejhoršího možného případu“. Zabývejme se otázkou, zda je možné, aby pro nějaké ohodnocení měla tato formule hodnotu 0.

(6) **Ostrov poctivců a padouchů.**
   a) Dejme tomu, že A řekne: „Já jsem padouch, ale B ne.“ Co jsou A a B?
   b) A řekne: „Pokud B je poctivec, pak jsem padouch.“ Co jsou A a B?
   c) Tentokrát jsou tři, A, B, C. A prohlásí: „Všichni jsme padouši.“ B řekne: „Právě jeden z nás je padouch.“ Lze určit, co jsou A, B, C?
   d) X a Y byli popohnáni před soud pro účast na loupeži. U soudu svědčí A a B. A: „Je-li X vinen, pak je vinen i Y.“ B řekne: „Buď je X nevinen, nebo je Y vinen.“ Mají A a B stejnou povahu?
   e) Rozšířila se pověst, že je na ostrově poklad. Přijedete tam a ptáte se A, je-li na ostrově poklad. Odpoví: „Je zde poklad právě tehdy, když jsem poctivec.“ Je A poctivec nebo padouch? Je na ostrově poklad?

f) Potkal jsem dva, kteří odpočívali pod stromem. Zeptal jsem se: „Je mezi vámi poctivec?“ Odpověděl a já znal správnou odpověď na svou otázku. Kdo byl ten, kterého jsem se zeptal? A co ten druhý?

(7) **Infix, prefix a postfix** Obvyklá syntax výrokových formulí se nazývá *infixní* — spojka je „uvnitř“ mezi operandy. Analogicky lze zavést *prefixní* a *postfixní* syntax, ve které jsou formulemi například výrazy $\vee\neg AB$ resp. $A\neg B\vee$. Všimněte si, že prefixní a postfixní notace nevyžaduje žádné závorky.

a) Zformulujte rekursivní definici formule v prefixní a postfixní notaci.
b) Nakreslete formační strom formule $((A \Rightarrow B) \wedge (\neg((A \vee B) \Leftrightarrow C)))$.
c) Přepište ji v prefixu.
d) Přepište ji v postfixu.