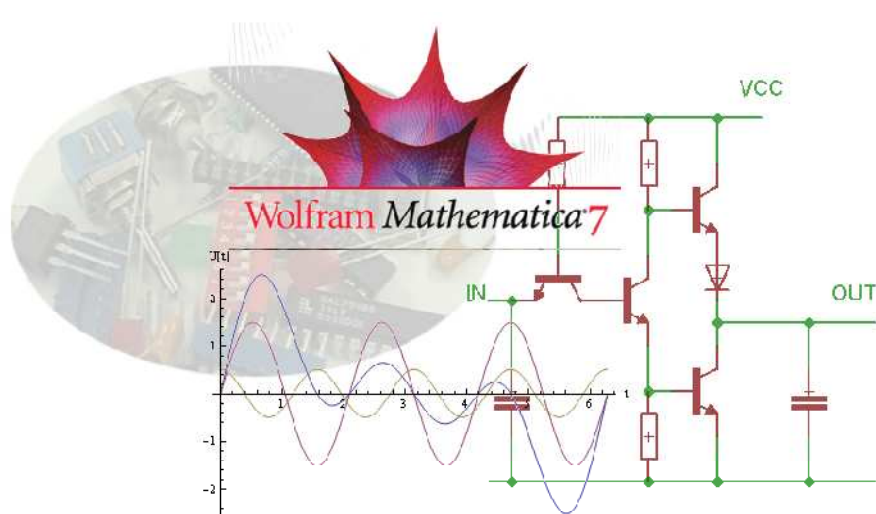




# CiAO Fit'áci

vítejte na prvním cvičení předmětu

## Číslicové a analogové obvody



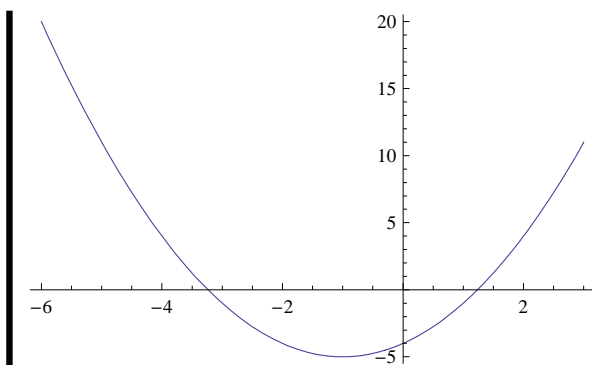
---

## Co se naučíte v tomto předmětu ?

Naučíte se základům analogových a číslicových obvodů, návrh obvodů, jejich výpočty a simulaci.

Naučíte se pracovat v mocném programu Wolfram *Mathematica*, který budeme používat pro výpočty a simulaci obvodů

```
Solve[x^2 + 2 x - 4 == 0, x] // N  
{ {x -> -3.23607}, {x -> 1.23607} }  
  
Plot[x^2 + 2 x - 4, {x, -6, 3}]
```



---

## Požadavky pro udělení zápočtu

### Nutné podmínky

- absolvování tří testů
  - Test 1 (3. cvičení, max. 10 bodů)
  - Test 2 (7. cvičení, max. 20 bodů)
  - Test 3 (11. cvičení, max. 20 bodů)
- dosažení minimálně 25 bodů ze cvičení (testy + body navíc)

### Body navíc

Max. 10 bodů navíc je možno získat za aktivitu ve cvičení. Na body za aktivitu nemá student nárok a o jejich udělení rozhoduje cvičící. Body za aktivitu může například dostat pět nejúspěšnějších řešitelů zadané úlohy.

---

## Náhradní a opravné testy

- na náhradní test je nárok jen v odůvodněných případech (např. nemoc doložená potvrzením od lékaře) a vztahuje se na všechny 3 testy. O přijetí omluvy rozhodne cvičící.
- každý student má nárok na jeden opravný test (Test 1, Test 2, nebo Test 3). Opravný test nahrazuje (tedy ruší) výsledek řádného testu.
- Náhradní a opravné testy proběhnou ve zkouškovém období a bude vypsán jen jeden termín. Studenti se budou přihlašovat prostřednictvím informačního systému KOS na "Jednorázovou akci". CAO-T1(1. test), CAO-T2 (2. test) a/nebo CAO-T3 (3. test), aby deklarovali, který test budou opravovat/nahrazovat.

---

## Wolfram Mathematica

Program Wolfram *Mathematica* je mocný nástroj pro symbolické počítání. Je ho možno použít jako

- kalkulačku
- maticový kalkulátor
- pro řešení lineárních rovnic s více proměnnými
- řešení diferenciálních rovnic
- symbolické derivování a integrování
- vykreslování grafů
- a spoustu dalších funkcí



---

## Kde mohu pracovat s programem *Mathematica* ?

Ve cvičeních, kde je nainstalován na počítačích Sun Ray. Program vyvoláme příkazem `mathematica` v příkazovém řádku terminálu (console).

Program *Mathematica* si můžete (a my to velmi doporučujeme) nainstalovat na domácí počítač.

Instalační image (přípona .iso) si stahnete na <http://download.cvut.cz> po přihlášení hlavním přístupovým heslem. Image vypálíte na CD nebo použijete utilitu `isomount`, který umí zpřístupnit image jako další disk bez nutnosti vypalování CD. Pak instalujte obvyklým způsobem.

Pro program potřebujete licenci. Pro získání licence se řiďte pokyny na stránce předmětu BI-CAO, použijte licenční servery [leibniz.feld.cvut.cz](http://leibniz.feld.cvut.cz), [euler.fsv.cvut.cz](http://euler.fsv.cvut.cz), [newton.fjfi.cvut.cz](http://newton.fjfi.cvut.cz) .

Pokud budete mít s instalací problémy, sdělte to vašemu cvičímu a pokuste se problém vyřešit. Ideální je přinést přímo notebook s instalovaným programem (pokud máte).

---

## Sun Ray v učebně

### První přihlášení

Do přihlašovacího formuláře napište uživatelské jméno, které vám bylo přiděleno a stiskněte OK. Dále napište přidělené počáteční heslo a stiskněte OK. Pokud jste se již v jiných cvičeních přihlašovali a změnili si heslo, tak musíte použít změněné heslo.

Program *Mathematica* spusťte tak, že vyhledáte v systémovém menu položku Console a v příkazovém řádku napíšete `mathematica`.

Soubory ukládáme na `/home/stud/<vaše username>`

Doporučujeme si vytvořit podadresář "cao", aby se vám soubory nepletly se soubory z jiných předmětů. Návod: v terminálu (Console) napíšeme: `cd ; mkdir cao`

---

## **Mathematica - vytvoření notebooku**

Notebook připomíná textový editor, který nám slouží jako rozhraní k výpočetnímu jádru programu *Mathematica*. Do notebooku píšeme matematické výrazy, komentáře v podobě formátovaného textu, zobrazují se nám zde výsledky výpočtů a grafy.

Notebook vytvoříme výběrem položky menu: **Menu**→**File**→**New**→**Notebook**

Notebook se skládá z buněk (Cell), které připomínají řádky (bloky) textu s proměnlivou výškou. Buňka může obsahovat více standardních řádků. Mezi buňkami přecházíme **kurzorovými šipkami nahoru/dolů**. Pozor! použití klávesy Enter znamená přidání řádku v rámci buňky, nikoliv přechod na další buňku.

Buňka je označena na pravé straně notebooku modrou skobičkou, na kterou můžeme kliknout myší a svinout buňku, rozvinout buňku, označit ji a pak klávesou delete vymazat.

Každá buňka má styl. Například: *input* - vstup pro výpočty, *out* - výstup výpočtu, *text* - text (dokumentace výpočtu), *title* - nadpis, ...



---

## Čísla v programu *Mathematica*

Celá čísla (přesná)

$$\{1, 2, 3, 4, -5, 1000\};$$

Racionální čísla (přesná)

$$\left\{\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{100}{330}\right\};$$

Iracionální čísla (přesná)

$$\{\sqrt{6}, e^5, \pi\};$$

Komplexní (přesná, nepřesná pokud obsahují reálná čísla)

$$\left\{1 + 3i, 6 - 2i, 8 - \frac{6}{5}i\right\};$$

Reálná čísla (nepřesná)

$$\{3.14, 1.41, 2.6545, -32.567\};$$

---

## Proměnné

Proměnné jsou například  $x, y, k, L$ , ale také  $xx, x_1$ , kocka, pes23, ...

Proměnná začíná písmenem (snažte se používat malá písmena), za kterým následuje žádný, jeden nebo více znaků nebo číslic.

Proměnná nesmí začínat číslem, např.  $2x$  má význam 2 krát  $x$ , tak jak je užíváno v matematice (oboru).

**Nepoužívat podtržítka**, jako je to zvykem v jazyce C, např.  $x_1$ , podtržítka má v programu *Mathematica* zvláštní význam

```
{x, xx, kocka, pes, x1, xy3, a1, b787, abc4};
```

Pozor !  $xy$  neznamená  $x$  krát  $y$ , ale jméno proměnné  $xy$ . Násobení zapisujeme  $x * y$ . Jako násobení se také chápe  $x$   $y$  (mezera mezi  $x$  a  $y$ ), to ale nepoužívejte, je to zdroj nepříjemných chyb.

Jména proměnných volte rozumně, spíše více písmen dávajících smysl (rovnice1, vstup, ...), zvyšuje to čitelnost programu.

## Operátor =

Pro pochopení operátoru si představte, že program *Mathematica* obsahuje tabulku jmen proměnných a jejich hodnot (tabulku symbolů). Každá položka (řádek) obsahuje jméno proměnné a její hodnotu.

```
x = 1; (* do proměnné x přiřad' jedničku *)
```

Např. po provedení `x=1` obsahuje tabulka řádek pro `x` (na začátku předpokládáme prázdnou tabulku symbolů).

proměnná	hodnota
<code>x</code>	1

```
y = 2; (* do proměnné y přiřad' dvojku *)
```

proměnná	hodnota
<code>x</code>	1
<code>y</code>	2

Nyní jsou v tabulce symbolů dvě proměnné `x` a `y` s přazenými hodnotami.

---

## Změna obsahu proměnné

**x = 1;**

**y = 2;**

Tabulka symbolů po provedení výše uvedených přiřazení

proměnná	hodnota
<i>x</i>	1
<i>y</i>	2

**x = 5;**

Nyní jsme změnilí obsah proměnné *x*.

proměnná	hodnota
<i>x</i>	5
<i>y</i>	2

---

## Vyhodnocení jednoduchých výrazů

**x = 1;**

**y = 2;**

Tabulka symbolů po provedení výše uvedených přiřazení

proměnná	hodnota
$x$	1
$y$	2

**z = x + y;**

Výraz  $x+y$  na pravé straně operátoru přiřazení se vyhodnotí tak, že se *Mathematica* pro  $x$  podívá do tabulky symbolů a nahradí ho jeho hodnotou (1 v našem případě), totéž udělá pro  $y$  a pak teprve provede součet. Pak bude tabulka symbolů vypadat takto:

proměnná	hodnota
$x$	1
$y$	2
$z$	3

---

## Funkční program

```
x = 1;  
y = 2;  
z = x + y;  
  
z (* vytiskni obsah z *)  
  
3
```

### Zadání k vlastnímu řešení:

Vypočtete hodnotu výrazu  $x^2 + 5y - 6z$  pro hodnoty  $x=10$ ,  $y=25$ ,  $z=8$

Výsledek bude uložen v proměnné  $r$ .

◀ | ▶

## Záludnosti při vyhodnocení buněk v notebooku

Buňky v notebooku se vyhodnocují na vyžádání, a to buď

- jednotlivě (v každé buňce stiskneme klávesy Shift-Enter)

pořadí vyhodnocení je dáno pořadím výběru buněk k vyhodnocení. Pokud vyhodnocujeme buňky na přeskáčku, může se stát, že dostaneme nesmyslné výsledky, protože si jádro vytváří tabulku symbolů v pořadí tak, jak vyhodnocujeme buňky a ne jak jsou zapsány v notebooku. Navíc je možné některé pravidlo vyhodnotit vícekrát. Pokud děláme navíc v notebooku zásadnější změny, tak i přes to, že veškeré změny odesíláme do jádra ( Shift-Enter), tak stav tabulky symbolů před změnami nám může způsobit nesmyslný výsledek.

Proveďte:

**Menu→Evaluation→QuitKernel→Local** (zajistí vynulování tabulky symbolů, začínáme tedy s "čistým stolem")

**Shift+Enter na buňce  $z=x+y$**

výsledek je  $x+y$  protože ani  $x$  ani  $y$  nebylo zatím definováno ( $x=1$  a  $y=2$  nebylo ještě posláno do jádra).

**Shift+Enter na buňce  $y=2$ ; a potom na  $z = x+y$**

výsledek je  $x+2$  protože  $y$  má hodnotu 2

**Shift+Enter na buňce  $x=1$ ; a potom na  $z = x+y$**

výsledek je 3, který jsme očekávali

- hromadně (**Menu→Evaluation→EvaluateNotebook**)

Vyhodnotí všechny buňky v notebooku směrem od začátku do konce. Toto je významné, ale stále jen částečné řešení předchozího problému. Stále ještě hrozí, že před vyvoláním **Menu→Evaluation→EvaluateNotebook** nebyla tabulka symbolů prázdná a zvláště pokud používáme jednu proměnnou (jedno jméno) vícenásobně pro různé a nesouvisející výrazy, můžeme se stejně dobrat chybných výsledků. **Pokud chceme mít jistotu, pak musíme inicializovat kernel (Menu→Evaluation→QuitKernel→Local) a vyhodnotit všechny buňky v notebooku Menu→Evaluation→EvaluateNotebook.**

---

## Řešení problémů s vyhodnocováním buněk

Před každou skupinou buněk, která řeší nějaký matematický problém vymažeme funkcí `ClearAll["Global`*"]`; hodnoty všech proměnných v tabulce symbolů.

```
ClearAll["Global`*"];
```

```
x = 1;
```

```
y = 2;
```

```
z = x + y
```

```
3
```

Pak pokud použijeme funkci **Menu**→**Evaluation**→**Evaluate Notebook** máme jistotu, že se nám všechny buňky vyhodnotí ve správném pořadí a navíc budou správně inicializovány. Toto si zvykneme psát do našich notebooků, abychom stále nenaráželi na problémy s vyhodnocováním buněk.



## Funkce (vestavěné)

Funkce v programu *Mathematica* hrají stejnou roli jako funkce v matematice.

Jsou zde pouze odlišnosti v zápisu. Např.  $\sin(x)$  se zapíše jako `Sin[x]`.

Vestavěné funkce začínají vždy velkým písmenem a argumenty (parametry) jsou uzavřeny v hranatých závorkách.

Funkce má určitý počet pevně určených parametrů a ostatní jsou volitelné a nezávisí na jejich pořadí. Volitelné parametry se zapisují jako pravidla, např. `PlotRange->All`.

Např. funkce `Sin[x]` má jeden pevný parametr. Funkce `Plot[funkce, rozsah, PlotRange->All, ...]` má dva pevné parametry funkce a rozsah, další parametry jsou volitelné.

Význam jednotlivých parametrů funkcí nalezneme v helpu.

**? Sin**

`Sin[z]` gives the sine of  $z$ . >>

**? Plot**

`Plot[f, {x,  $x_{min}$ ,  $x_{max}$ }]` generates a plot of  $f$  as a function of  $x$  from  $x_{min}$  to  $x_{max}$ .

`Plot[{ $f_1$ ,  $f_2$ , ...}, {x,  $x_{min}$ ,  $x_{max}$ }]` plots several functions  $f_i$ . >>

Pokud neznáme plně jméno funkce stačí naznačit (napsat jen část) např. `Arc` a pak Ctrl-k. *Mathematica* napoví (objeví se pop-up menu s možnostmi)

## Funkce definované uživatelem

Uživatel programu *Mathematica* si může definovat vlastní funkci.

Parametry na levé straně přiřazení musí končit podtržítkem `x_`, `yy_`, případně `x: _` nebo `yy: _`. Jedná se tzv. formální parametry, za které se v místě užití dosadí parametry skutečné. Formální parametry na pravé straně přiřazení podtržítka nemají.

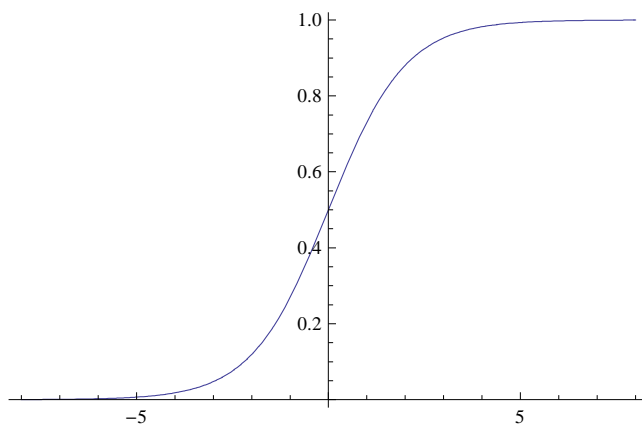
Užívá se zde jiného operátoru přiřazení (`:=`). Ten je interpretován odlišně, oproti operátoru `=`. U operátoru `=` je k levé straně (jméno proměnné, funkce, ...) v tabulce symbolů přiřazena hodnota (vyhodnocený výraz na pravé straně) okamžitě. U operátoru `:=` dojde k nahrazení levé strany pravou až v době užití, kdy je znám ke každému formálnímu parametru odpovídající parametr skutečný.

Např. `sigmolda[a+3, 1]` se nahradí  $\frac{1}{1+e^{-1*(a+3)}}$ , kde výraz `a+3` a konstanta `1` jsou skutečnými parametry.

Definujme logistickou funkci zvanou Sigmolda.

```
sigmolda[x_, y_] :=  $\frac{1}{1 + e^{-x*y}}$ ;
```

```
Plot[sigmolda[a, 1], {a, -8, 8}]
```



---

## Seznamy (List)

Seznam je datová struktura, která dovoluje sdružit více položek a definuje nad nimi množinu specifických operací.

Příklad seznamu:

```
seznamTelCisel = {459 132 566, 566 766 988, 677 000 332};  
seznamPromennych = {x, y, z};
```

Vybrané operace se seznamem

```
(* první telefonní číslo *)  
First[seznamTelCisel]  
  
459 132 566  
  
(* přidej tel. číslo na konec seznamu *)  
novySeznam = Append[seznamTelCisel, 567 111 900]  
  
{459 132 566, 566 766 988, 677 000 332, 567 111 900}  
  
druheTelCislo = seznamTelCisel[[2]]  
  
566 766 988  
  
? List
```

$\{e_1, e_2, \dots\}$  is a list of elements. >>

---

## Vícerozměrné seznamy

Příkladem vícerozměrného seznamu může být matice  $\begin{pmatrix} 3 & 12 & 5 \\ 7 & 9 & 1 \\ 22 & 11 & 10 \end{pmatrix}$

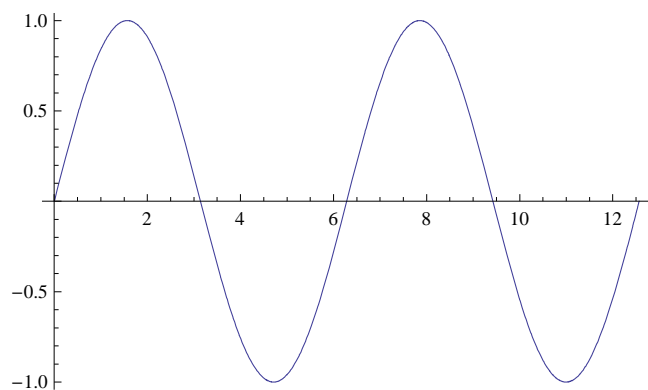
Seznam odpovídající matici je sestaven po řádcích

```
matice = {{3, 12, 5}, {7, 9, 1}, {22, 11, 10}}  
  
{{3, 12, 5}, {7, 9, 1}, {22, 11, 10}}  
  
prvekTretiRadekDruhySloupec = matice[[3, 2]]  
  
11  
  
druhyRadek = matice[[2]]  
  
{7, 9, 1}  
  
prvniSloupec = matice[[All, 1]]  
  
{3, 7, 22}
```

## Kreslení grafů (2D)

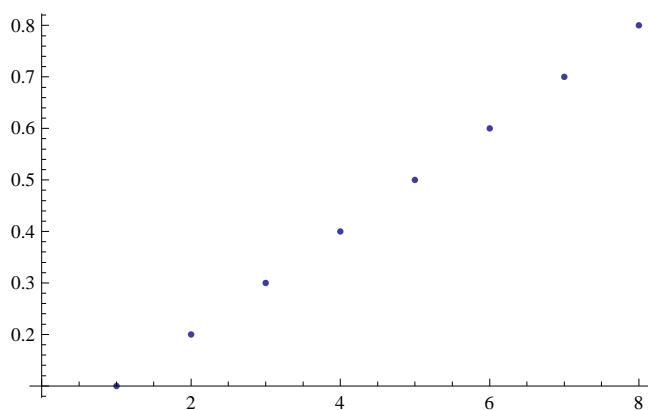
Pro kreslení grafů (2D) používáme funkci `Plot`. První parametr je funkce, kterou chceme vykreslit. Druhý parametr je obor hodnot funkce pro zvolenou nezávislou proměnnou. Druhý parametr je vždy seznam obsahující po řadě proměnnou, minimální hodnotu a maximální hodnotu.

```
Plot[Sin[x], {x, 0, 4 π}]
```



Pro hodnoty uložené v seznamu použijeme funkci `ListPlot`

```
ListPlot[{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8}]
```



## Řešení soustavy lineárních rovnic

S řešením soustavy lineárních rovnic o dvou neznámých jste se setkali na střední škole.

Řešte následující soustavu rovnic

$$3x + 2y = 0$$

$$6x - 4y = 1$$

Použijeme funkci Solve

```
ClearAll["Global`*"]
Solve[{3 x + 2 y == 0, 6 x - 4 y == 1}, {x, y}]
```

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{1}{12}, y \rightarrow -\frac{1}{8} \right\} \right\}$$

Matematické rovná se (=) se v programu *Mathematica* zapisuje jako == (dvě rovná se za sebou). Výsledkem výrazu je True (pravda) nebo False (nepravda). Například  $5==6$  dává False, ale  $5==(6-1)$  dává True. Operátor == má prakticky stejný význam jako v jazycích C nebo Java.

Druhým parametrem funkce Solve je seznam neznámých proměnných.

**Příklad vylepšíme pojmenováním rovnic**

```
ClearAll["Global`*"];
rovnice1 = (3 x + 2 y == 0);
rovnice2 = (6 x - 4 y == 1);
Solve[{rovnice1, rovnice2}, {x, y}]
```

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{1}{12}, y \rightarrow -\frac{1}{8} \right\} \right\}$$

Poznámka: kulaté závorky kolem rovnic nejsou nutné, byly přidány pouze proto, abyste si uvědomili, že hodnotou proměnné rovnice1 (případně rovnice2) je celá rovnice uzavřená v kulatých závorkách.

proměnná	hodnota
rovnice1	$3 x + 2 y == 0$
rovnice2	$6 x - 4 y == 1$