Příklad 1.1

- co je to jazyk? → Podmnožina všech možných řetězců nad danou abecedou $L \subseteq \Sigma^*$

- jaká je zde abeceda? → binární $\{0,1\}$

- příklad $n=2$

Postup: Sestrojíme všechny možné řetězce nad abecedou $\{0,1\}$ délky 2

$\{00, 01, 10, 11\}$ $\quad \underset{2}{\underline{0,1}} \cdot \underset{2}{\underline{0,1}} = V'(2,2) = 2^2$

Vytváříme jazyky - tvoříme podmnožiny

$\{00\}$ $\{00,01\}$ $\{00,01,10\}$ $\{00,01,10,11\}$
$\{01\}$ $\{00,10\}$ ⋮
$\{10\}$ $\{00,11\}$ ⋮
$\{11\}$ ⋮

POTENČNÍ MNOŽINA
= množina všech podmnožin
velikost potenční množiny 2^n

$$\binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4}$$
$$4 + \frac{4!}{2!\,2!} = 6 + 4 + 1 = 15$$

- neboli máme 4 prvky a u každého si řekneme ano bude v jazyku nebo ne nebude

$$\underset{2}{\underline{A/N}}\ \underset{2}{\underline{A/N}}\ \underset{2}{\underline{A/N}}\ \underset{2}{\underline{A/N}} - 1$$
(prázdný jazyk)

- obecně

Kolik je všech možných řetězců nad abecedou $\{0,1\}$ délky n?

$$\underbrace{\underset{2}{\underline{0/1}} \cdot \underset{2}{\underline{0/1}} \cdot \underset{2}{\underline{\ \ }} \cdots\cdots \underset{2}{\underline{\ \ }}}_{n} = 2^n$$

Vybíráme podmnožiny z 2^n prvků

$$\underbrace{\underset{2}{\underline{A/N}}\ \underset{2}{\underline{A/N}}\ \underset{2}{\underline{A/N}} \cdots\cdots \underset{2}{\underline{A/N}}}_{2^n} - 1 \qquad \boxed{2^{2^n} - 1}$$

Příklad 1.2

$L_1 = \{$ "při", "před", "od" $\}$ regulární jazyk

$G_1 = (N_1, T_1, P_1, S_1)$ $N_1 = \{S_1\}$ abeceda - latinka nebo jen potřebná písmena

$T_1 = \{p, ř, i, e, d, o\}$

$P_1:$ $S_1 \rightarrow$ při | před | od bezkontextová gramatika

T T T T T T T T T

$G_1 = (N_1, T_1, P_1, S_1)$ $N_1 = \{S_1, A_1, B_1, C_1\}$

$T_1 = \{p, ř, i, e, d, o\}$

$P_1:$ $S_1 \rightarrow pA_1 \mid oC_1$ regulární gramatika

$A_1 \rightarrow řB_1$

$B_1 \rightarrow i$

$B_1 \rightarrow eC_1$

$C_1 \rightarrow d$

$G_1 = (N_1, T_1, P_1, S_1)$ $N = \{S_1\}$ abeceda - celá slova

$T = \{$při, před, od$\}$

$P_1:$ $S_1 \rightarrow \underset{T}{\text{při}} \mid \underset{T}{\text{před}} \mid \underset{T}{\text{od}}$ regulární gramatika

---

- jak se rozhodoval při otázce o jaký jazyk se jedná?
  - sestrojení automatu, RG $\Rightarrow$ RJ
  - Pump. lemma a nalezení BG $\Rightarrow$ BJ
  - Pump. lemma a nalezení KG $\Rightarrow$ KJ
- jazyk je konečný $\Rightarrow$ vždy RJ

Příklad 1.3

$L_2 = \{$ "noma", "chod" $\}$ regulární jazyk

$G_2 = (N_2, T_2, P_2, S_2)$ $N_2 = \{S_2, A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2\}$

$T_2 = \{p, o, n, a, c, h, d\}$

P_2 : $S_2 \to pA_2 \mid cD_2$

$A_2 \to oB_2$

$B_2 \to nC_2$

$C_2 \to a$

$D_2 \to hE_2$

$E_2 \to oF_2$

$F_2 \to d$

regulární gramatika

nebo $S_2 \to pA_2 \mid cD_2$

$A_2 \to oB_2$

$B_2 \to nC_2 \mid d$

$C_2 \to a$

$D_2 \to hA_2$

pak by G_2 generovala navíc pod

Příklad 1.4

- počet prvků v L_3 = počet prvků v L_1 + počet prvků v L_2
(neplatí obecně - nepřádný průnik)

- $L_3 = \{$ při, před, od, pona, chod $\}$

- $G_3 = (N_3, T_3, P_3, S_3)$ $N_3 = N_1 \cup N_2 \cup \{S_3\}$

jinak přejmenoval neterminály

$N_1 \cap N_2 = \{\}$!

$S_3 \notin N_1 \cup N_2$

$T_3 = T_1 \cup T_2$

$P_3 = P_1 \cup P_2 \cup \{S_3 \to S_1 | S_2\}$

bezkontextová gramatika

regulární jazyk

(RG stejná jako v předchozích příkladech)

Příklad 1.5

- počet prvků v L_4 = počet prvků v L_1 × počet prvků v L_2
(nemusí platit obecně - $L_1 = \{a, aa\}$ $L_2 = \{\varepsilon, a\}$
$L_1 \cup L_2 = \{a, aa, aaa\}$)

- $L_4 = \{$ připona, příchod, předpona, předchod, odpona, odchod $\}$

- $G_4 = (N_4, T_4, P_4, S_4)$ $N_4 = N_1 \cup N_2 \cup \{S_4\}$

$N_1 \cap N_2 = \{\}$

$S_4 \notin N_1 \cup N_2$

$T_4 = T_1 \cup T_2$

$P_4 : P_1 \cup P_2 \cup \{S_4 \to S_1 S_2\}$

bezkontextová gramatika

regulární jazyk

Příklad 9.6

- počet prvků v L_5 je nekonečný (iterace)

- $L_5 = \{$ od, pona, připona, příchod ....
  připředpona, ...

$G_5 = (N_5, T_5, P_5, S_5)$ $\quad N_5 = N_1 \cup N_2 \cup \{S_5\}$

$T_5 = T_1 \cup T_2$

$P_5 : P_1 \cup P_2 \cup \{ S_5 \to S_1 S_5 \mid S_2 \}$

nebo $S_5 \to S_1 S_5 \mid \varepsilon$

chybí řetězení s S_2

bezkontextová gramatika
regulární jazyk

Příklad 1.7

$L_6 = \{ w : w \in \{0,1\}^*, w$ je binární zápis sudého čísla $\}$

<u>např.</u> $L_6 = \{0, 10, 100, 110, \dots 000, 0010\}$ ← příklad prvků (vět) v jazyce

$G_6 = (N_6, T_6, P_6, S_6)$ $N_6 = \{S_6\}$

$T_6 = \{0,1\}$

regulární gramatika

regulární jazyk

$P_6 : S_6 \to \overset{T}{0} \mid \overset{TN}{1S_6} \mid \overset{TN}{0S_6}$

Příklad 1.8

$L_7 = \{ w : w \in \{0,1\}^*, w$ je binární číslo se sudou paritou $\}$

Sudá parita = sudý počet jedniček

<u>např.</u> $L_7 = \{0, 00, 101, 0101, 1111, \dots \}$

$G_7 = (N_7, T_7, P_7, S_7)$ $N_7 = \{S_7, A\}$

$T_7 = \{0,1\}$

$P_7 : S_7 \to \overset{T}{0} \mid \overset{TN}{0S_7} \mid \overset{TN}{1A}$ ← sudý počet 1

$A \to \underset{TN}{1S_7} \mid \underset{TN}{0A} \mid \underset{T}{1}$ ← lichý počet 1

regulární gramatika

regulární jazyk

Příklad 1.9

$$L_8 = \{a^n b^n : n \in \mathbb{N},\ n \geq 0\}$$

$G_8 = (N_8, T_8, P_8, S_8)$ $\quad N_8 = \{S_8\}$

$T_8 = \{a, b\}$

ε
ab
$aa\,bb$
$aaa\,bbb$
$\vdots$

$P_8: \quad S_8 \to \varepsilon \mid aS_8b$

bezkontextová gramatika
bezkontextový jazyk

Příklad 1.10

$$L_9 = \{a^m b^n : m, n \in \mathbb{N},\ m \geq n \geq 0\}$$

$\underbrace{\text{if podm then přík.}}_{a}\ \underbrace{\text{else přík}}_{b}$

ε
a
ab
aab
$\vdots$

$a^{m}\ b^{n}$, $\quad a^{k+n}\ b^n$

1. $\underline{a^k}\, a^n b^n$

2. $a^n\, \underline{a^k}\, b^n$

$G_9 = (N_9, T_9, P_9, S_9)$

$T_9 = \{a, b\}$

$N_9 = \{S_9, A, B\}$ $\qquad N_9 = \{S_9, A\}$

1.

$P: \quad S_9 \to AB$
$\quad A \to aA \mid \varepsilon$
$\quad B \to aBb \mid \varepsilon$

2.

$P: \quad S_9 \to aS_9b \mid A$
$\quad A \to aA \mid \varepsilon$

nebo

$S_9 \to \varepsilon \mid aS_9b \mid A$
$A \to aA \mid a$

bezkontextová gramatika
bezkontextový jazyk

Příklad 1.11

$$L_{10} = \{ a^m b^n c^k : m,n,k \in \mathbb{N},\ m \geq 2,\ n \geq k \geq 0 \}$$

$$a^m b^l b^k c^k$$
$$m \geq 2 \quad l \geq 0 \quad k \geq 0$$

$G_{10} = (N_{10}, T_{10}, P_{10}, S_{10})$ $\qquad N_{10} = \{ S_{10}, A, B, C \}$

$T_{10} = \{ a, b, c \}$

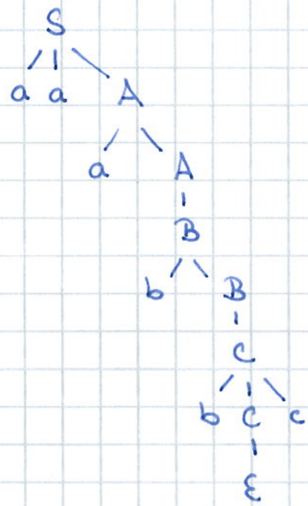
P_{10}:

$S_{10} \rightarrow aaA$

$A \rightarrow aA \mid B$

$B \rightarrow bB \mid C$

$C \rightarrow bCc \mid \varepsilon$



bezkontextová gramatika
bezkontextový jazyk

Příklad 1.12

$L_{11} = \{ w : w \in \{a,b\}^*,$ w obsahuje podřetězec baba $\}$

podřetězec : $a\underbrace{baba}bb$

$G_{11} = (N_{11}, T_{11}, P_{11}, S_{11})$ $\qquad N_{11} = \{ S_{11}, A \}$

$T_{11} = \{ a, b \}$

P_{11}:

$S_{11} \rightarrow baba \mid babaA \mid aS_{11} \mid bS_{11}$

$A \rightarrow a \mid b \mid aA \mid bA$

bezkontextová gramatika
regulární jazyk

Příklad 1.13