

Pumping Lemma

BI-AAG (10.cvičení)

Bc. Eliška Šestáková
sestaeli@fit.cvut.cz

27.11.2014

Pumping Lemma

- Používá se k důkazu, že daný jazyk **není** regulární (tj. že pro daný jazyk **nelze** sestrojit konečný automat).
- Regular language \implies Pumping property
- Pumping property $\not\Rightarrow$ Regular language
- \neg Pumping property $\implies \neg$ Regular language

Pumping Lemma (formálně)

Regular language \implies Pumping property

Nechť L je regulární jazyk \implies

$\exists p \geq 1$ tak, že

$\forall w \in L$, kde $|w| \geq p$ platí:

$\exists xyz$, kde

$$w = xyz,$$

$$|xy| \leq p,$$

$|y| \geq 1$ tak, že

$$\forall i \geq 0 : xy^iz \in L$$

Pumping Lemma (neformálně)

Regular language \implies Pumping property

Nechť L je regulární jazyk \implies

existuje KA s p stavy ($p \geq 1$) tak, že

pro všechny věty w z jazyka L , které mají více symbolů, než je počet stavů v KA (tj. $|w| \geq p$) platí, že

existuje takové rozdělení věty w na tři části x, y, z , že

x – část věty před smyčkou y

y – část se smyčkou

z – zbytek věty

smyčka musí přijít během prvních p symbolů (tj. $|xy| \leq p$)

smyčka musí existovat (tj. $|y| \geq 1$) pak

všechny věty, které vzniknou pumpováním y patří do L .

Pumping Lemma – obměna

\neg Pumping Lemma $\implies \neg$ Regular language

Pokud

$\forall p \geq 1$ tak, že

$\exists w \in L$, kde $|w| \geq p$ platí:

$\forall xyz$, kde

$w = xyz$,

$|xy| \leq p$,

$|y| \geq 1$ tak, že

$\exists i \geq 0 : xy^iz \in L$

pak daný jazyk L není regulární.

Princip důkazu, že daný jazyk není regulární

- Provedeme důkaz sporem:
 - Na začátku důkazu budeme předpokládat, že L je regulární.
 - Pokud je L regulární, musí platit PL.
 - Ukážeme, že Pumping Lemma neplatí (spor s předpokladem):
 - zvolíme nějakou větu $w \in L$, kde $|w| \geq p$
 - zjistíme všechny možné rozklady w na x, y, z , tedy $w = xyz$, tak aby $|y| \geq 1$ a $|xy| \leq p$
 - pro jednotlivé rozklady zvolíme i tak, aby $xy^iz \notin L$

Příklad 10.1

$L = \{010^n10 : n \geq 0\}$ je regulární. Určete p .

Příklad 10.2

Dokažte, že $L = \{a^n b^n : n \geq 0\}$ není regulární.

Příklad 10.3

Dokažte, že $L = \{a^n b^n : n \geq 1\}$ není regulární.

Příklad 10.4

Dokažte, že $L = \{0^{k^2} : k \geq 1\}$ není regulární.

Příklad 10.5

Dokažte, že $L = \{a^m b^n : 0 \leq m < n\}$ není regulární.

Příklad 10.6

Dokažte, že $L = \{a^m b^n : m > n \geq 0\}$ není regulární.

Příklad 10.7

Dokažte, že $L = \{a^m b^n : m + 1 > n \geq 0\}$ není regulární.

Příklad 10.8

Dokažte, že $L = \{ww : w \in \{0, 1\}^*\}$ není regulární.

Příklad 10.9

Dokažte, že $L = \{a^m b^n c^k a^l : m \geq 1, k \geq 0, n \geq l \geq 0\}$ není regulární.

Příklad 10.10

Dokažte, že $L = \{a^m b^n c^k a^l : m \geq 0, 1 \leq n \leq l, k \geq 1\}$ není regulární.

Příklad 10.11

Dokažte, že jazyk všech palindromů není regulární.

Příklad 10.12

Dokažte, že $L = \{a^m b^n : m \neq n\}$ není regulární.