

## Cvičení 2.

- (1) Rozhodněte o následujících formulích, zda se jedná o tautologie, splnitelné formule či kontradikce. Budete-li na pochybách, ověřte tabulkou.
- a)  $A \Rightarrow \neg A$
  - b)  $A \Leftrightarrow \neg A$
  - c)  $(A \wedge B) \vee A$
  - d)  $(A \Rightarrow B) \wedge (A \wedge \neg B)$
  - e)  $\neg(A \vee \neg A)$
  - f)  $A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$
  - g)  $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$
- (2) Přepište následující formule ekvivalentně tak, aby se symbol pro negaci vyskytoval pouze před prvotními formulemi:
- a)  $\neg(A \Rightarrow (B \Rightarrow C))$
  - b)  $\neg(A \Leftrightarrow (B \wedge (C \Rightarrow D)))$
  - c)  $\neg(A \vee (B \Rightarrow (C \wedge D)))$ .

- (3) Nalezněte co nejjednodušší logicky ekvivalentní formuli

$$((A \Leftrightarrow \neg D) \Leftrightarrow \neg B) \Leftrightarrow ((D \Leftrightarrow C) \Leftrightarrow (B \Leftrightarrow \neg A))$$

- (4) Které z následujících formulí jsou logickým důsledkem formule  $C \wedge D$
- a)  $C$
  - b)  $C \Rightarrow D$
  - c)  $D \Rightarrow \neg C$
  - d)  $\neg C \Rightarrow D$
  - e)  $C \Leftrightarrow D$
  - f)  $C \vee \neg D$
  - g)  $C \wedge \neg D$
  - h)  $C \vee \neg C$

- (5) Nalezněte co nejdelší řetězce logických důsledků mezi následujícími formulemi:

$$\perp, \top, A, B, \neg A, \neg B, A \wedge B, A \vee B, A \Rightarrow B, A \Leftrightarrow B \\ A \Leftrightarrow B, A \Rightarrow B, B \Rightarrow A, A \wedge B, \neg A \wedge \neg B, A \vee \neg A, B \wedge \neg B$$

- (6) Pro každé dvě z následujících formulí rozhodněte, zda jedna vyplývá z druhé či naopak:

$$(A \vee B) \Rightarrow C \\ (A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C) \\ (A \Rightarrow C) \vee (B \Rightarrow C).$$

- (7) Které z následujících výroků jsou logicky ekvivalentní s prvním? Který z nich je logicky ekvivalentní s jeho negací? Které jsou logickým důsledkem? Anebo naopak, ze kterého vyplývá?

*Jestliže se stala vražda (V), pak je zahradník vrahem (Z).*

- a) *Jestliže zahradník není vrahem, pak se vražda nestala.*
- b) *Stala se vražda a vrahem je zahradník.*
- c) *Nestala se žádná vražda nebo je vrahem zahradník.*
- d) *Jestliže zahradník je vrahem, pak se stala vražda.*
- e) *Není pravda, že se stala vražda a vrahem není zahradník.*
- f) *Vražda se nestala, tudíž zahradník není vrahem.*

- g) *Stala se vražda a vrahem není zahradník.*
- h) *Stala se vražda nebo se nestala vražda.*
- i) *Nestala se vražda.*
- j) *Stala se vražda.*