

### Cvičení 3.

- (1) Dokažte, že
- $\{\neg, \wedge\}$  a  $\{\neg, \Rightarrow\}$  tvoří universální systémy spojek.
  - $\{\vee, \wedge, \Rightarrow, \Leftrightarrow\}$  netvoří universální systém.
  - Peirceův symbol NOR tvoří universální systém spojek.
$$(A \downarrow B) \Leftrightarrow \neg(A \vee B).$$
  - Použijeme-li symbol pro kontradikci nebo pro tautologii + symbol pro jednu logickou spojku dostaneme též universální systém spojek. Co máme použít?
  - NAND a NOR jsou jediné dvě spojky, které tvoří universální systém.
  - Každá formule, která neobsahuje symbol pro negaci, je splnitelná (užijte indukci podle složitosti formule).
- (2) Najděte DNT a KNT, úplné DNT a úplné KNT formulí, určete pro kolik ohodnocení platí.
- $(A \Rightarrow B) \wedge B$
  - $\neg A \Rightarrow (A \wedge B)$
  - $\neg(A \Rightarrow B) \wedge (C \Rightarrow D)$
  - $(A \wedge B) \Leftrightarrow (A \Rightarrow C)$
  - $(A \wedge \neg(B \Rightarrow C)) \Leftrightarrow (D \Rightarrow C)$
- (3) Pomocí DNT (kromě c)) určete, zda jsou následující formule tautologie:
- $A \Rightarrow (B \Rightarrow (B \Rightarrow A))$ ,
  - $(A \wedge B) \Rightarrow (A \vee C)$ ,
  - $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (A \Leftrightarrow (B \Leftrightarrow A))$ ,
  - $(A \Rightarrow B) \vee (B \Rightarrow A)$ ,
  - $(\neg(A \Rightarrow B)) \Rightarrow A$ .
- (4) Pomocí DNT nebo KNT rozhodněte, zda v následujících dvojicích formulí je některá logickým důsledkem druhé.
- $$\neg((A \vee B) \Rightarrow \neg C), \quad \neg(A \Rightarrow (B \vee \neg C)).$$
  - $$A \Rightarrow (\neg B \wedge C), \quad B \Rightarrow (A \Rightarrow C).$$
  - $$(A \Rightarrow (D \vee \neg E)) \Rightarrow (C \wedge \neg(A \Rightarrow B)), \quad (\neg(E \Rightarrow D)) \wedge A.$$