

Cvičení 5.

- (1) V následujících příkladech užitě resoluční metodu. Jsou tyto teorie splnitelné? Pro které ohodnocení? Určete resoluční obal $\mathcal{R}(T)$.
 - a) $\{(P \wedge Q) \Rightarrow R, \neg R \wedge P, \neg Q \vee \neg R\}$
 - b) $\{A \vee B, B \Rightarrow C, C \Rightarrow D, D \Rightarrow E\}$
 - c) $\{(P \wedge Q) \Rightarrow R, S \Rightarrow \neg R, \neg(P \Rightarrow \neg Q), S\}$
- (2) Jedná se o logické důsledky?
 - a) $\{(B \wedge D) \Rightarrow E, (B \wedge C) \Rightarrow F, (E \vee F) \Rightarrow A, \neg C \Rightarrow D, B\} \models A$
 - b) $(A \Rightarrow B) \wedge (C \Rightarrow D) \wedge (A \vee C) \models B \vee D$
- (3) *Koho určitě miluji?*
 - a) *Miluji Bětku nebo miluji Janu. Pokud miluji Bětku, pak miluji Janu.*
 - b) *Tentokrát máme tři dívky, Ivu, Marii a Danu. Situace je složitá: Miluji alespoň jednu z těchto tří dívek. Pokud miluji Ivu, ale ne Danu, pak miluji Marii. Danu miluji právě tehdy, když miluji Marii. Pokud miluji Danu, pak taky miluji Ivu.*
 - c) *Jsem buď poctivec, nebo padouch. Pronesu dva výroky: „Miluji Lindu. Pokud miluji Lindu, miluji Katku.“ Jsem poctivec nebo padouch?*
- (4) Řešte příklady ze 4. cvičení pomocí resoluční metody.
- (5) Nad množinou prvotních formulí $\{A_n, n \in \mathbb{N}\}$ uvažte následující teorie. Pro každou z nich rozhodněte, zda je splnitelná, a pokud ano, popište všechna ohodnocení, při kterých je splněna.

$$S = \{\neg A_n \Leftrightarrow A_{n+2}, n \in \mathbb{N}\}$$

$$T = \{\neg A_n \Leftrightarrow (A_{n+1} \vee A_{n+2}), n \in \mathbb{N}\}$$

Rozhodněte, zda jedna teorie vyplývá z druhé či naopak. Dokažte či uveďte protipříklad.

- (6) Najděte minimální DNT formulí:
 - a) $A \vee (B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C),$
 - b) $(A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg C),$
 - c) $(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg D) \vee (A \wedge \neg B),$
 - d) $(B \wedge \neg D) \vee (B \wedge \neg C \wedge D) \vee (B \wedge C \wedge D),$
 - e) $(\neg A \wedge C) \vee (A \wedge \neg B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C),$
 - f) $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow C$
- (7) Najděte minimální DNT booleovských funkcí:
 - a) $f(A, B, C) = \sum(4, 5, 6, 7),$
 - b) $f(A, B, C) = \sum(0, 2, 4, 5),$
 - c) $f(A, B, C, D) = \sum(5, 7, 13, 15),$
 - d) $f(A, B, C, D) = \sum(0, 2, 5, 7, 8, 10),$
 - e) $f(A, B, C, D) = \sum(1, 3, 9, 11),$
- (8) Najděte minimální KNT booleovských funkcí:
 - a) $f(A, B, C) = \sum(0, 1, 4),$
 - b) $f(A, B, C) = \sum(4, 5, 6, 7),$
 - c) $f(A, B, C, D) = \sum(0, 1, 3, 8, 9, 11),$